1°)On a :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=f''(x)g(t)$$
$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=f(x)\ddot{g}(t)$$

$$\frac{f''(x)}{f(x)} = C$$

d'où l'équation demandée.

$$\frac{d^2 f}{dx^2} - C f = 0$$

2°) La constante $C = (1/v^2)(\ddot{g}(0)/g(0))$ d'après (IV.2), d'où (IV.3)

$$\frac{\ddot{g}(t)}{g(t)} = C v^2$$

3°) Cherchons $f(x)$ de la forme $\exp(rx)$. L'équation caractéristique est $r^2 + C = 0$. Si $C > 0$, on a la somme des termes $A\exp(\sqrt{C}x) + B\exp(-\sqrt{C}x)$, dont l'un tend vers l'infini pour $x \to +\infty$ et l'autre pour $x \to -\infty$. On ne pourra jamais avoir une fonction qui reste finie pour tout x. On doit donc avoir $C \leq 0$.

bien compris

4°) On pose $k = \sqrt{-C}$. La solution est de la forme $f(x) = a\cos(kx + \varphi)$. En posant $\omega = kv$, on trouve alors que $g(t) = b\cos(\omega t + \varphi')$.